



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

Επαναληπτική εξέταση στο μάθημα ΦΥΣΙΚΗ Ι 18 Σεπτεμβρίου 2004

Διδάσκοντες: Α. Απέκης, Ρ. Βλαστού, Κ. Χριστοδουλίδης

Διάρκεια εξέτασης: 2,5 ώρες. Απαντήστε σε όλα τα θέματα. Τα θέματα είναι ισοδύναμα.

Θέμα 1. Οι συντεταγμένες ενός σώματος μάζας $m = 1\text{kg}$ που κινείται στο επίπεδο xy δίνονται, συναρτήσει του χρόνου t , από τις σχέσεις:

$$x(t) = 3 \sin 2t, \quad y(t) = 4 \cos 2t \quad (\text{σε m όταν ο χρόνος είναι σε s}).$$

Να βρεθούν:

- Τα διανύσματα της ταχύτητας, της επιτάχυνσης και της δύναμης που ασκείται πάνω στο σώμα.
- Η εξίσωση της τροχιάς του σώματος.
- Η ισχύς που παρέχεται από τη δύναμη, και το έργο που παράγει η δύναμη στο χρονικό διάστημα από $t = 0$ έως $t = \pi/4$.
- Η στροφορμή του σώματος, \vec{L} , και η ροπή της δύναμης, \vec{N} , ως προς την αρχή O . Να ελέγξετε αν ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής είναι ίσος με τη ροπή της δύναμης.

Θέμα 2. Σώμα μάζας $m = 1\text{ kg}$ μπορεί να κινείται κατά μήκος του άξονα των x . Η δυναμική του ενέργεια δίνεται από τη σχέση $U(x) = x^2(1 - x^2)$ για $-\infty < x < \infty$, σε μονάδες S.I.

- Ποια είναι η δύναμη $F(x)$ που ασκείται πάνω στο σώμα;
- Σχεδιάστε πρόχειρα τη συνάρτηση $U(x)$. Πού βρίσκονται τα σημεία ισορροπίας του σώματος και τι είδους ισορροπία έχουμε στο καθένα από αυτά;
- Ποια είναι η ελάχιστη κινητική ενέργεια που πρέπει να δοθεί στο σώμα στο σημείο $x = 0$ για να μπορέσει να διαφύγει στο άπειρο;
- Δείξτε ότι, αν το σώμα μετατοπιστεί κατά μια πολύ μικρή απόσταση από το σημείο $x = 0$ και αφεθεί ελεύθερο με μηδενική ταχύτητα, θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και βρείτε την κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης.

Θέμα 3. Ομογενής λεπτός επίπεδος κυκλικός δίσκος έχει μάζα m και ακτίνα R και μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές περί οριζόντιο άξονα που είναι κάθετος στο επίπεδο του δίσκου σε σημείο A . Η απόσταση του σημείου A από το κέντρο του δίσκου O είναι $OA = R/2$. Η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς άξονα που περνάει από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του είναι $I_o = \frac{1}{2}mR^2$.

- Ο δίσκος εκτρέπεται από τη θέση ισορροπίας του, στην οποία η ευθεία AO είναι κατακόρυφη, έτσι ώστε στη νέα του θέση η AO να σχηματίζει γωνία $\theta = \theta_0 = 60^\circ$ με την προς τα κάτω κατακόρυφο, και από αυτήν τη θέση αφήνεται να περιστραφεί ελεύθερα περί τον οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το σημείο A . Να βρεθεί η μέγιστη γωνιακή ταχύτητα του δίσκου ω_m .
- Να διατυπωθεί η εξίσωση κίνησης του δίσκου συναρτήσει της γωνίας θ . Να βρεθεί η γωνιακή συχνότητα των ταλαντώσεων, ω_0 , για μικρές γωνιακές αποκλίσεις.

⇒⇒⇒

Θέμα 4. (α) Παρατηρητής S είναι ακίνητος στο μέσο μιας ευθείας AB, η οποία έχει μήκος $2L$, όπως το μετράει αυτός. Ένας άλλος παρατηρητής, S' κινείται κατά μήκος της ευθείας AB με ταχύτητα $V = \frac{3}{5}c$ ως προς τον S. Οι δύο παρατηρητές βρίσκονται στο ίδιο σημείο όταν τα ρολόγια και των δύο δείχνουν $t = t' = 0$.

- (i) Πόσο είναι το μήκος της ευθείας AB όπως το μετρά ο S' ;
- (ii) Τη χρονική στιγμή $t=0$ εκπέμπονται ταυτόχρονα στο σύστημα S δύο παλμοί από τα σημεία A και B. Βρείτε τις θέσεις των σημείων A και B στο σύστημα S' όταν εκπέμπονται οι παλμοί, καθώς και τη χρονική στιγμή της εκπομπής του κάθε παλμού στο σύστημα S'.
- (iii) Σε ποιες χρονικές στιγμές, T_A και T_B , θα φθάσουν οι παλμοί στον S, και σε ποιες (T'_A και T'_B) θα φθάσουν στον S' ;

(β) Ένα φωτόνιο μήκους κύματος λ συγκρούεται με ηλεκτρόνιο μάζας ηρεμίας m , το οποίο είναι ακίνητο στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου. Το φωτόνιο, αφού σκεδαστεί, κινείται προς τα πίσω, πάνω στην αρχική ευθεία κίνησής του. Το φωτόνιο, μετά τη σκέδασή του, έχει μήκος κύματος λ' .

- (i) Βρείτε την ορμή p και την ολική ενέργεια E του ηλεκτρονίου μετά τη σκέδαση, συναρτήσει των λ , λ' και m .
- (ii) Αντικαταστήστε τα p και E στη σχέση που συνδέει την ορμή και την ολική ενέργεια και βρείτε τη μεταβολή $\lambda' - \lambda$.

Γενικό Τυπολόγιο

$$\vec{L} = M \vec{r} \times \vec{v} \quad \vec{N} = \vec{r} \times \vec{F} \quad \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N}$$

Σχετικιστική Κινηματική:

Αν ένα σύστημα αναφοράς S' κινείται με ταχύτητα $V \hat{x}$ ως προς ένα σύστημα αναφοράς S και οι άξονες των δύο συστημάτων συμπίπτουν όταν $t = t' = 0$, τότε:

$$x' = \gamma(x - Vt) \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = \gamma\left(t - \frac{V}{c^2}x\right) \quad \beta \equiv \frac{V}{c} \quad \gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$\Delta l = \Delta l_0 / \gamma \quad \Delta t = \gamma \Delta t_0 \quad v'_x = \frac{v_x - V}{1 - \frac{v_x V}{c^2}}, \quad v'_y = \frac{v_y}{\gamma\left(1 - \frac{v_x V}{c^2}\right)}, \quad v'_z = \frac{v_z}{\gamma\left(1 - \frac{v_x V}{c^2}\right)}.$$

Σχετικιστική Δυναμική:

$$m_0 = m(0) \quad p = \gamma m_0 v \quad E = \gamma m_0 c^2 \quad m = m(v) = \gamma m_0 \quad E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2$$

Μετασχηματισμός ορμής-ενέργειας:

$$p'_x = \gamma\left(p_x - \frac{\beta E}{c}\right) \quad p'_y = p_y \quad p'_z = p_z \quad E' = \gamma(E - c\beta p_x)$$

Για φωτόνια: $E = hf = \frac{hc}{\lambda} \quad E = pc$